第11講・一次関数③ グラフと図形の問題

要点整理

1　水そうの問題

(1)　途中でグラフの傾きが小さくなる場合
・時間あたりに入れる水量を少なくした
・底面積が広くなった
などの場合が考えられる。

(2)　途中でグラフの傾きが大きくなる場合
・時間あたりに入れる水量を多くした
・底面積がせまくなった
などの場合が考えられる。

グラフの折れ曲がっているところで，どのようなことがあったのか考える。

2　グラフ上の点の x 座標を t とおき，y 座標を t で表す。

3　x 軸や y 軸に平行な線分の長さを求める
大きい座標から小さい座標を引いて求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1

図1のように，直方体の水そうの中に，直方体の石が置いてある。この水そうに毎分1ℓの割合で水を入れる。図2は，水を入れ始めてからx分後の，水そうの底から水面までの高さをy cmとして，xとyの関係を表したグラフである。次の問いに答えなさい。

図1

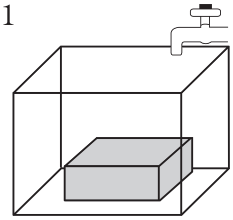
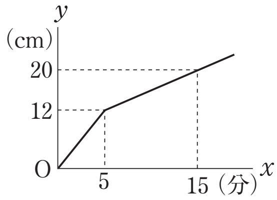


図2



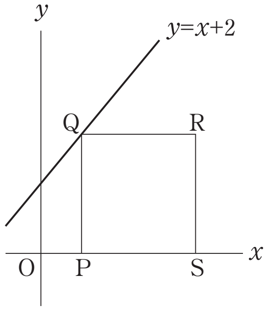
(1)　図2において，$5 \leqq x \leqq 15$のとき，直線の式を求めよ。

(2)　石を取り去ったときの，水そうの底面積を求めよ。

(3)　この石の体積を求めよ。

例題 2

右の図のように，正方形PQRSがあり，頂点Qは直線$y=x+2$上にあり，辺PSはx軸上（正の部分）にある。次の問いに答えなさい。



(1)　Pのx座標が3のとき，Rの座標を求めよ。

(2)　Pのx座標をtとするとき，Rの座標をtで表せ。

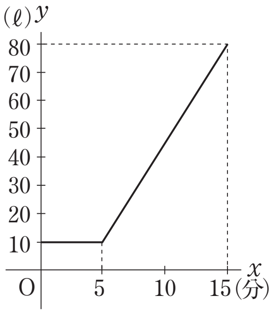
(3)　Rのx座標が15のとき，Pのx座標を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

11－1

空の水そうＡと，水が少し入った水そうＢがある。ＡとＢは同じ大きさで，Ａには９時ちょうどから毎分４ℓの割合で水を入れる。また，右の図は，９時x分のときのＢの水の量をyℓとして，x，yの関係を表したグラフである。次の問いに答えなさい。

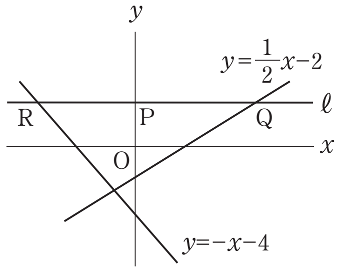


⑴　右の図で, xの変域が$5 \leqq x \leqq 15$のとき, yをxの式で表せ。

⑵　９時から９時15分までの間に，ＡとＢの水の量が等しくなるときが２回ある。それは何時何分何秒か。

11－2

右の図で，直線ℓはx軸に平行であり，ℓとy軸，直線$y=\frac{1}{2}x-2$，直線$y=-x-4$との交点をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。QR＝15となるときのＰのy座標を求めなさい。ただし, 直線ℓはx軸より上にあるものとする。



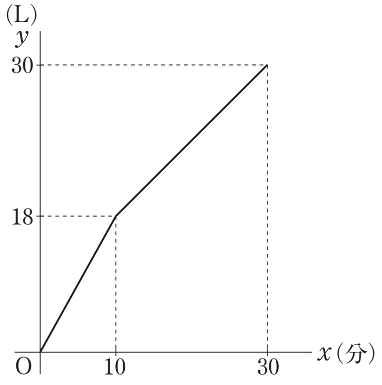
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講・確認テスト

［1］　水が30 L入る水そうがある。この水そうに，P管から毎分p L，Q管から毎分q Lの割合で水を入れる。P管は水そうが満水になるまで水を入れ続け，Q管はP管と同時に水を入れ始めた後に途中で止めている。右の図のグラフは，P管から水を入れ始めてからの時間x分と，水そう内の水の量y Lの関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。

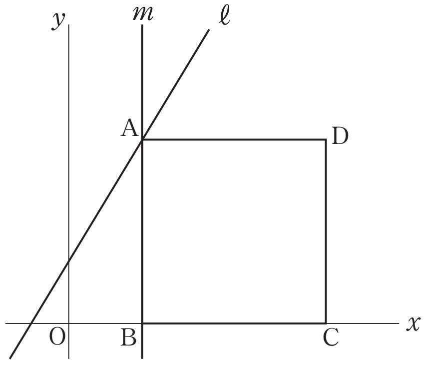


⑴　pの値は［ア］.［イ］，qの値は［ウ］.［エ］である。

⑵　P管から水を入れ始めて10分後から30分後までのxとyの関係について，yをxの式で表すと，$y=$［オ］.［カ］$x+$［キク］である。

⑶　水そう内の水の量が21 Lになるのは，水そうに水を入れ始めてから［ケコ］分後である。

［2］　右の図で，直線ℓの式は$y=2x+1$で，直線mの式は$x=a$である。直線mと直線ℓ，x軸との交点をそれぞれA，Bとする。ABを1辺とする正方形ABCDをつくるとき，次の問いに答えなさい。ただし，$a>0$とし，点C，Dは直線mより右側にあるものとする。



⑴　点Cの座標をaを用いて表すと，
C(［サ］$a+$［シ］，［ス］)である。

⑵　$a=3$のとき，原点を通り，正方形ABCDの面積を2等分する直線の式は，$y=\dfrac{［セ］}{［ソタ］}x$である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講・一次関数③ グラフと図形の問題

例題 1

(1)　$y=\frac{4}{5}x+8$　　(2)　1250cm^2　　(3)　10000cm^3

解説

(1)　2点(5，12)，(15，20)を通る直線の式をつくる。

(2)　図2より，5分後に石は水にすっかりつかる。そこで$5 \leqq x \leqq 15$のとき，1 ℓ ＝1000cm^{3}で，1分あたり$\frac{4}{5}$cm上昇するので，(底面積)×$\frac{4}{5}$＝1000より，(底面積) ＝1250(cm^2)

(3)　石の体積Vcm^{3}と最初の5分間の水量を加えて高さが12cmになっているので，

$V+1000\times5=1250\times12$　　$V=10000$(cm^3)

例題 2

(1)　(8，5)　　(2)　$(2t+2，t+2)$　　(3)　$\frac{13}{2}$

解説

(1)　Qのx座標も3で，Qは$y=x+2$上にあるから，$y=3+2=5$

PQ＝5より，QRの長さも5　　よって，R(8，5)

(2)　Qのx座標もtで，Qは$y=x+2$上にあるから，$y=t+2$

PQ＝$t+2$より，QRの長さも$t+2$　　よって，R$(2t+2，t+2)$

(3)　(2)を利用して，$2t+2=15$より　$t=\frac{13}{2}$

11－1

(1)　$y=7x-25$　　(2)　9時2分30秒　　9時8分20秒

解説

(1)　2点(5，10)，(15，80)を通る直線の式をつくる。

(2)　Aの式は$y=4x$　　1回目は$0 \leqq x \leqq 5$で，$y=4x$に$y=10$を代入して$x=\frac{5}{2}$(分)

2回目は$5 \leqq x \leqq 15$で，$y=7x-25$と$y=4x$を連立方程式として解いて，$x=\frac{25}{3}$(分)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

11－2

$\frac{7}{3}$

解説

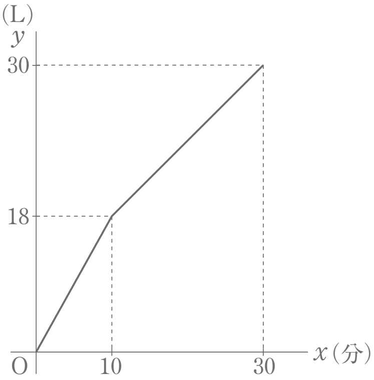
Pのy座標をtとすると，Q，Rのy座標もtであり，それぞれの式に代入して，Q$(2t+4,\ t)$，R$(-t-4,\ t)$となる。QRの長さは，(Qのx座標)－(Rのx座標)より，

$2t+4-(-t-4)=15$　　$t=\frac{7}{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講・確認テスト

[1]　水が30L入る水そうがある。この水そうに，P管から毎分pL，Q管から毎分qLの割合で水を入れる。P管は水そうが満水になるまで水を入れ続け，Q管はP管と同時に水を入れ始めた後に途中で止めている。右の図のグラフは，P管から水を入れ始めてからの時間x分と，水そう内の水の量yLの関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。

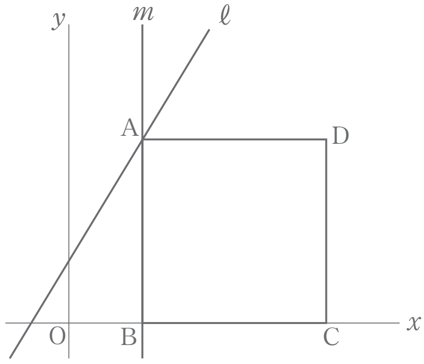


(1)　pの値は［ア］.［イ］，qの値は［ウ］.［エ］である。

(2)　P管から水を入れ始めて10分後から30分後までのxとyの関係について，yをxの式で表すと，$y=$［オ］.［カ］$x+$［キク］である。

(3)　水そう内の水の量が21Lになるのは，水そうに水を入れ始めてから［ケコ］分後である。

[2]　右の図で，直線ℓの式は$y=2x+1$で，直線mの式は$x=a$である。直線mと直線ℓ，x軸との交点をそれぞれA，Bとする。ABを1辺とする正方形ABCDをつくるとき，次の問いに答えなさい。ただし，$a>0$とし，点C，Dは直線mより右側にあるものとする。



(1)　点Cの座標をaを用いて表すと，

C(［サ］$a+$［シ］，［ス］)である。

(2)　$a=3$のとき，原点を通り，正方形ABCDの面積を2等分する直線の式は，$y=\dfrac{［セ］}{［ソタ］}x$である。

解答

[1]　ア　0　イ　6　ウ　1　エ　2　オ　0　カ　6　キ　1　ク　2
ケ　1　コ　5

[2]　サ　3　シ　1　ス　0　セ　7　ソ　1　タ　3

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］ (2) 10分後は（10，18），30分後は（30，30）

求める式を $y=ax+b$ とすると，$\begin{cases} 18=10a+b \\ 30=30a+b \end{cases}$ これを解いて $a=0.6$，$b=12$

よって，$y=0.6x+12$

(3) 求める値は $10 \leqq x \leqq 30$ の範囲にあるから，$y=0.6x+12$ に $y=21$ を代入して，

$21=0.6x+12$　これを解いて，$x=15$

［2］ (1) B$(a,\ 0)$ だから，点Aの y 座標は，直線 ℓ の式に $x=a$ を代入して，$y=2a+1$

よって $\mathrm{AB}=(2a+1)-0=2a+1$

正方形ABCDより，$\mathrm{BC}=2a+1$ なので，点Cの x 座標は，$a+(2a+1)=3a+1$

したがって，C$(3a+1,\ 0)$

(2) $a=3$ のとき，A$(3,\ 7)$，C$(10,\ 0)$ である。正方形ABCDの面積を2等分する直線は，対角線の交点，すなわち対角線の中点を通るので，その点をMとすると，

Mの x 座標は，$\dfrac{3+10}{2}=\dfrac{13}{2}$，Mの y 座標は，$\dfrac{7+0}{2}=\dfrac{7}{2}$

原点を通り，正方形ABCDの面積を2等分する直線を $y=ax$ とすると，

$a=\dfrac{7}{2}\div\dfrac{13}{2}=\dfrac{7}{13}$

したがって，$y=\dfrac{7}{13}x$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。